Hullámcsomagok és a határozatlansági reláció

Nagy Dávid

számítógépes szimulációk I. beadandó

Heisenberg határozatlansági reláció

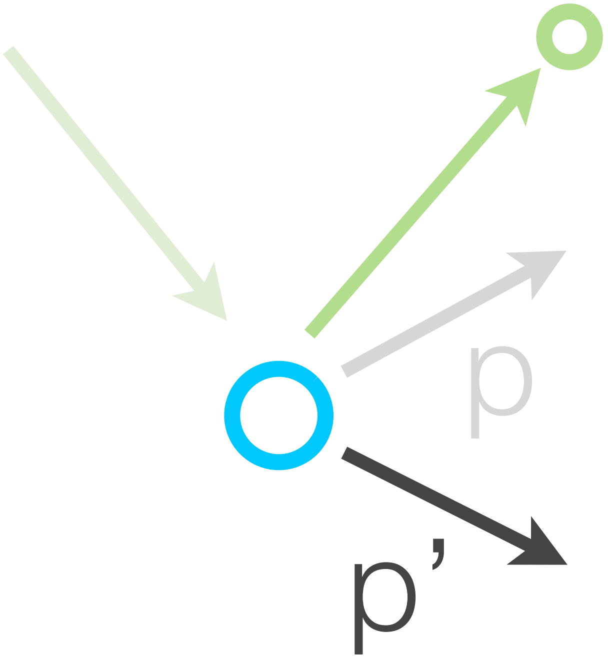
Heisenberg határozatlansági reláció

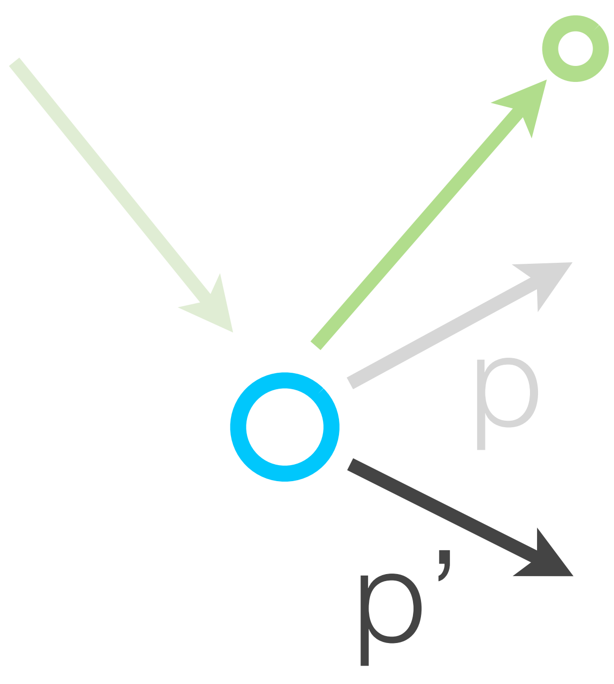
$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Heisenberg határozatlansági reláció

limit konjugált fizikai mennyiségek értékeinek egy azonos időpillanatban való megismerhetőségére interpretáció

observer effect





Ez Heisenberg eredeti magyarázata,
de nincs köze a határozatlansági relációhoz

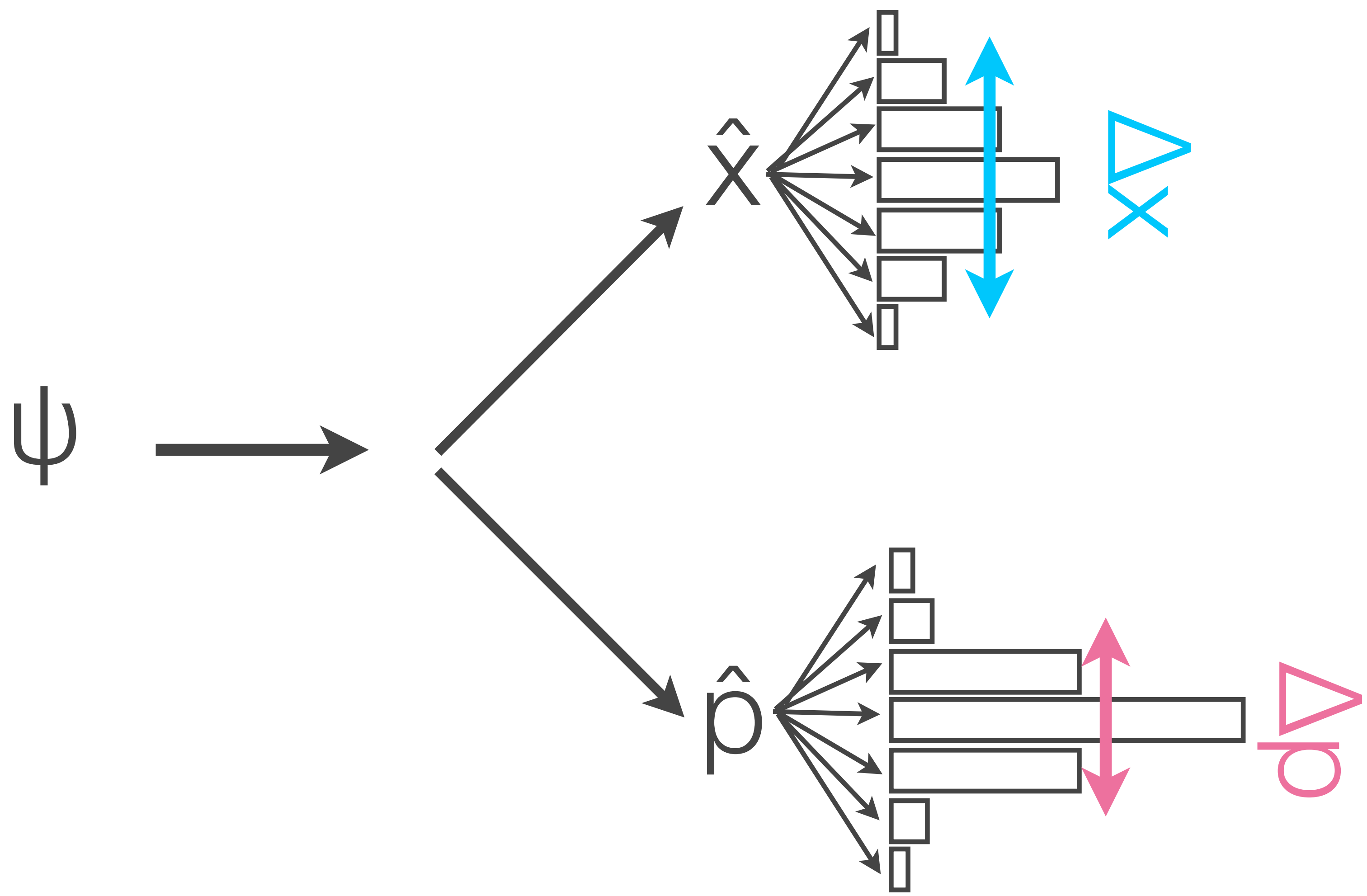
nem lehet két konjugált mennyiség értékét
tetszőleges pontossággal megmérni

nem lehet két konjugált mennyiség értékét tetszőleges pontossággal megmérni

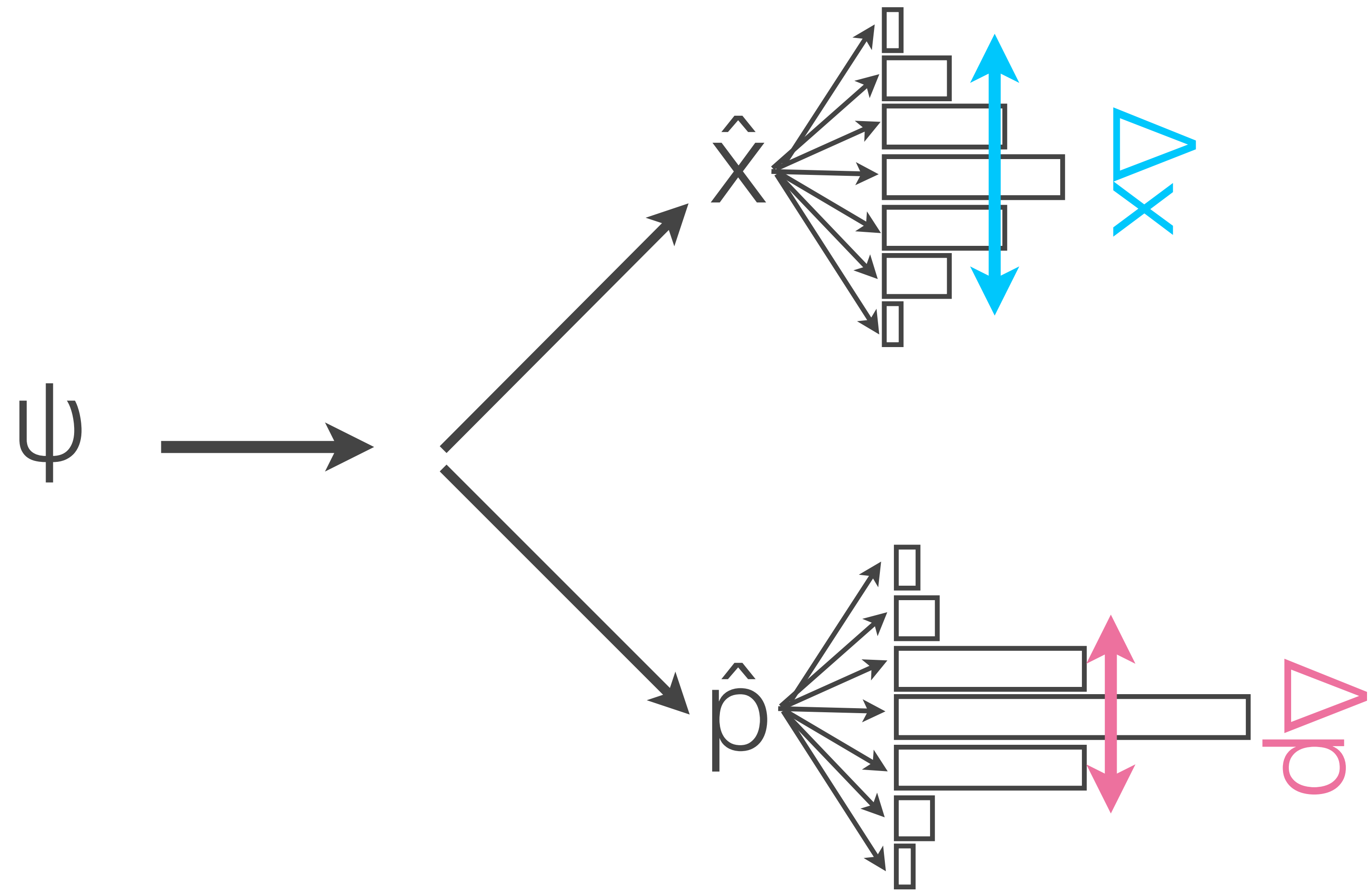
nem erről van szó, nincs a QM-ban olyan, hogy egyszerre két mennyiséget mérünk nem lehet két konjugált mennyiség értékét tetszőleges pontossággal megmérni

nem erről van szó, nincs a QM-ban olyan, hogy egyszerre két mennyiséget mérünk

nincs is az x és p fizikai mennyiségeknek egyszerre értéke kísérletben



ψ
x̂
Δx
p̂
Δp



Helyes értelmezés

semilyen hullámfüggvény esetén nem lehet a konjugált fizikai mennyiségek (Born-tételből következő) szórásainak szorzata kisebb mint egy adott konstans miért?

reprezentáció bázison

$$|\psi\rangle = \sum_n c_n |\psi_{p_n}\rangle$$

reprezentáció bázison

$$|\psi\rangle = \sum_n c_n |\psi_{p_n}\rangle$$

A Hilbert tér egy vektora

Az n-ik súlyfaktor (valószínűségi amplitúdó)

Az n-ik p sajátfüggvény

reprezentáció bázison

$$|\psi\rangle = \sum c_m |\psi_{x_m}\rangle = \sum c_n |\psi_{p_n}\rangle$$

$$|\psi\rangle = \sum c_m |\psi_{x_m}\rangle = \sum c_n |\psi_{p_n}\rangle$$

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x)\delta(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(p)e^{\frac{i}{\hbar}px}dp$$

$$|\psi\rangle = \sum c_m |\psi_{x_m}\rangle = \sum c_n |\psi_{p_n}\rangle$$

a hfv. x reprezentációban

a hely operátor sajátfv-ei x reprezentációban

a hfv. p reprezentációban

a p operátor sajátfv-ei x reprezentációban

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x)\delta(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(p)e^{\frac{i}{\hbar}px}dp$$

$$|\psi\rangle = \sum c_m |\psi_{x_m}\rangle = \sum c_n |\psi_{p_n}\rangle$$

a hfv. x reprezentációban

a hely operátor sajátfv-ei x reprezentációban

a hfv. p reprezentációban

a p operátor sajátfv-ei x reprezentációban

$$\boxed{\psi(x)} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x)\delta(x)dx = \boxed{\int_{-\infty}^{\infty} \psi(p) e^{\frac{i}{\hbar}px} dp}$$

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(p) e^{\frac{i}{\hbar} px} dp = \mathfrak{F}^{-1}(\psi(p))$$

$$\psi(x) \overset{\mathfrak{F}}{\longleftrightarrow} \Psi(p)$$

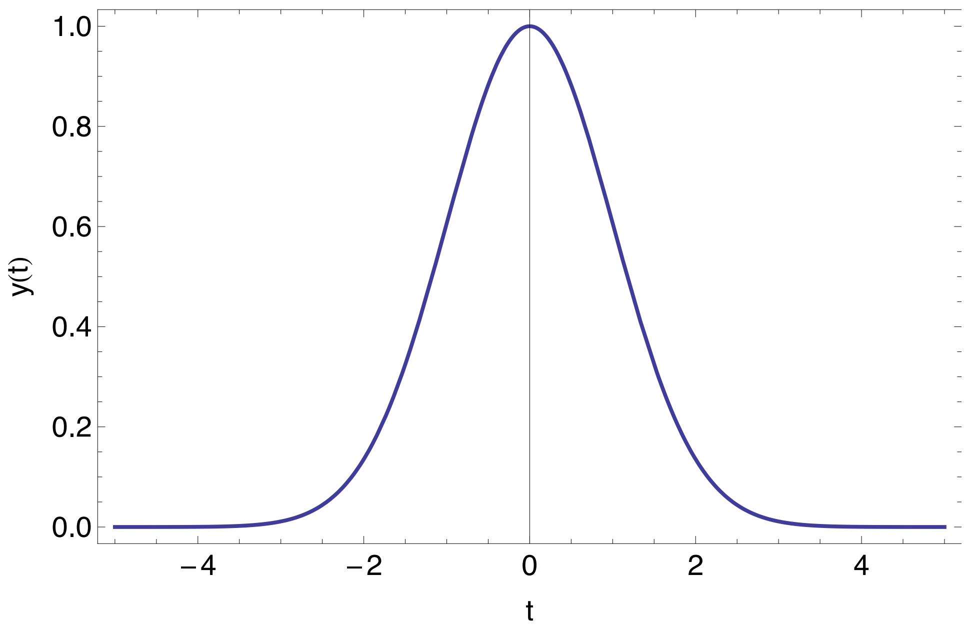
F tulajdonsága:

$\mathfrak{F}$ tulajdonsága: minél lokalizáltabb f(x), annál inkább szétterjed F(w)

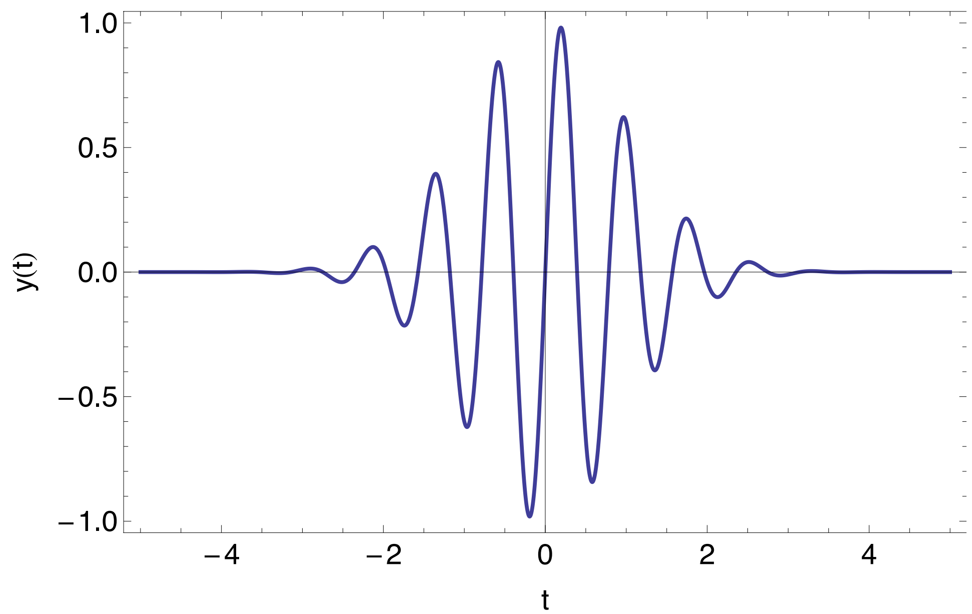
Fourier h. rel. $\longrightarrow$ Heisenberg h. rel.

Feladatok

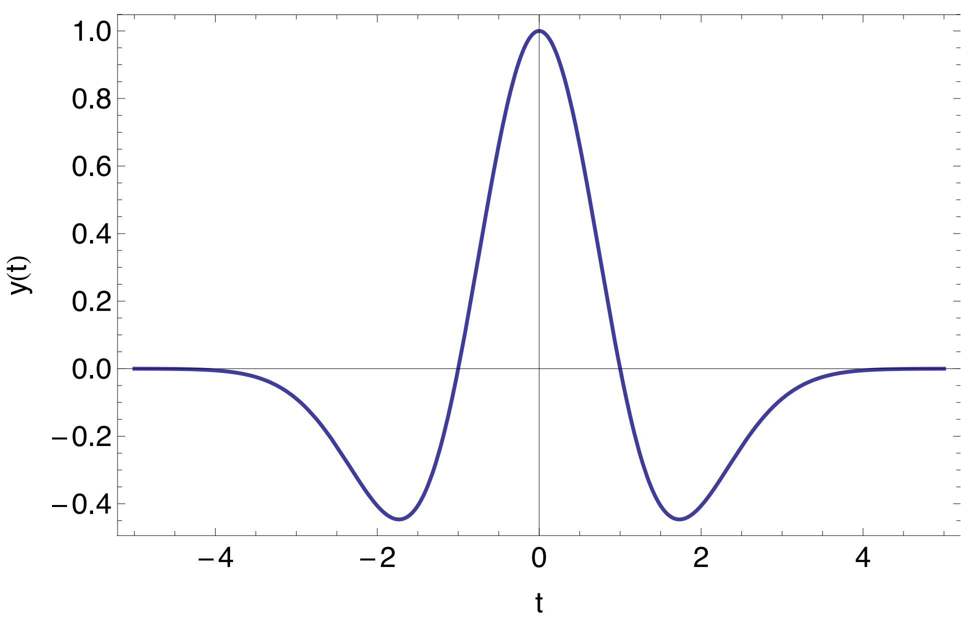
Feladatok



1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
y(t)
−4
−2
0
2
4
t



1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
y(t)
−4
−2
0
2
4
t



1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
−0.2
−0.4
y(t)
−4
−2
0
2
4
t

$$\mathfrak{F} \xrightarrow{\text{diszkretizáció}} \text{DFT}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega_n t}dt \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sum_{k=1}^{N} x_k e^{-i\frac{2\pi k n}{N}}dt$$

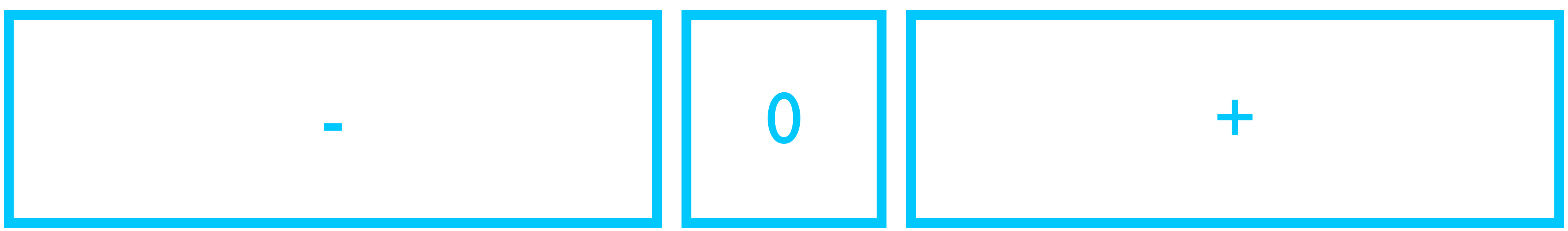
DFT tulajdonságai

DFT tulajdonságai

sorrend

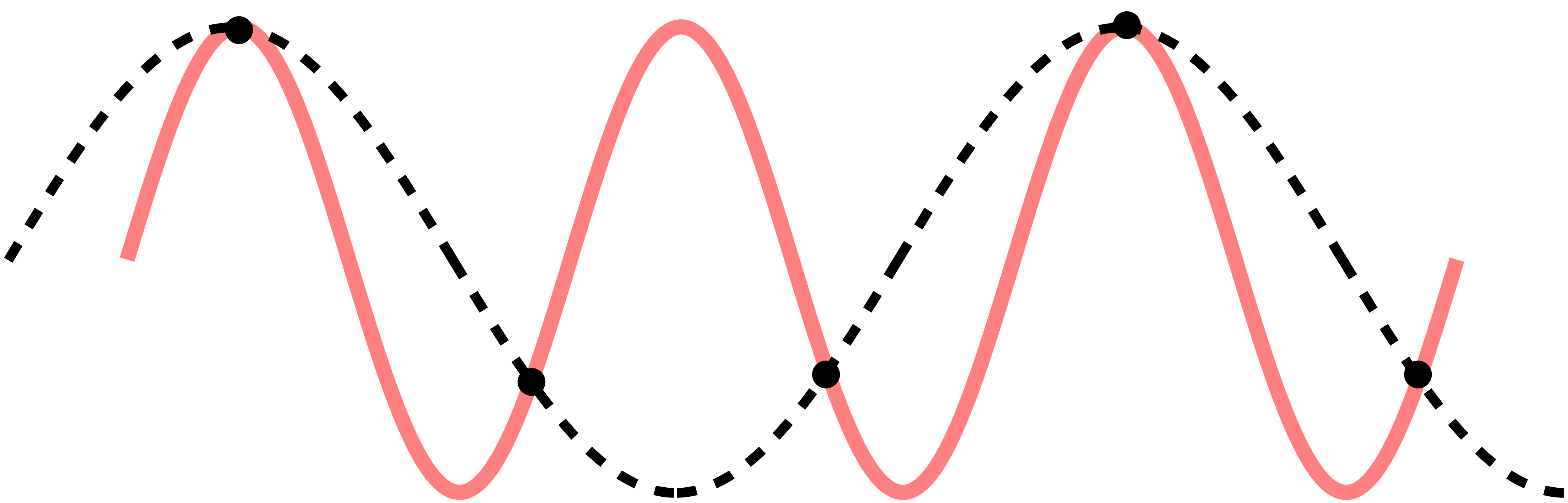
DFT tulajdonságai

sorrend



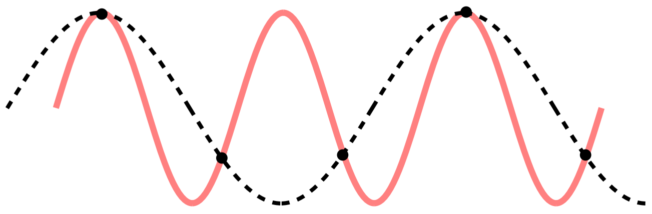
DFT tulajdonságai

aliasing



DFT tulajdonságai

aliasing



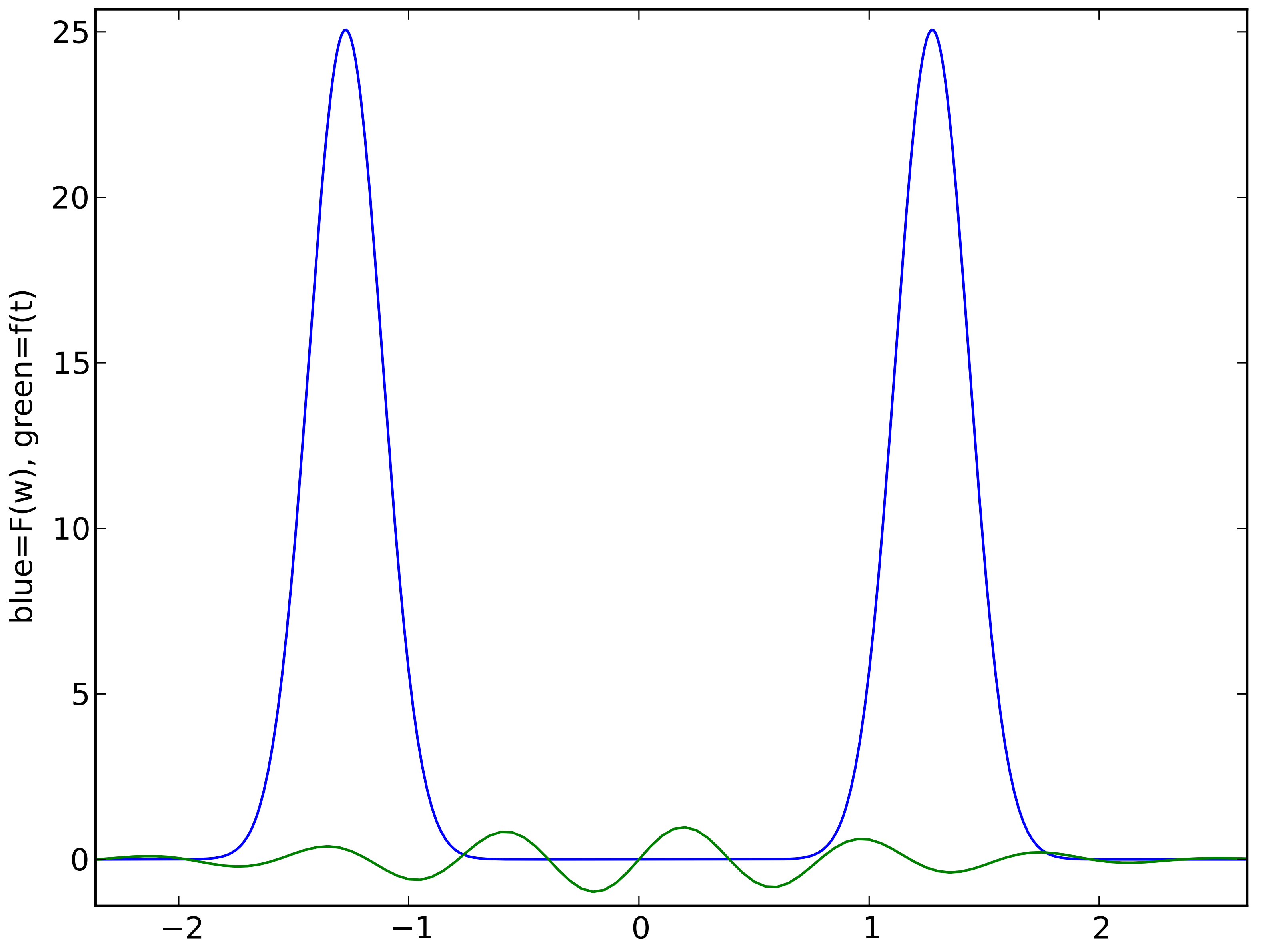
$$f_{max} = \frac{F_s}{2} - \frac{F_s}{N}$$

DFT

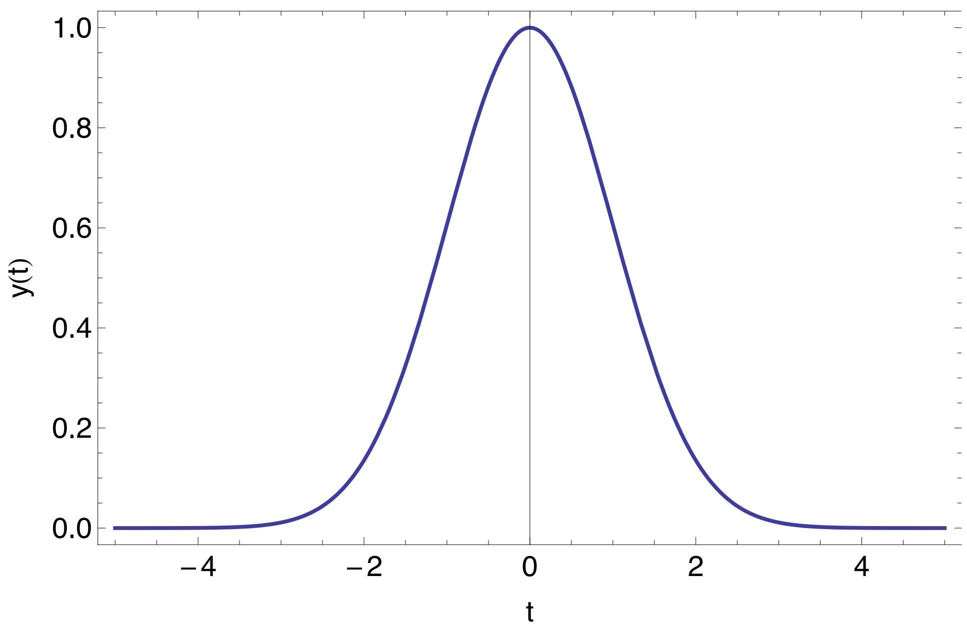
program

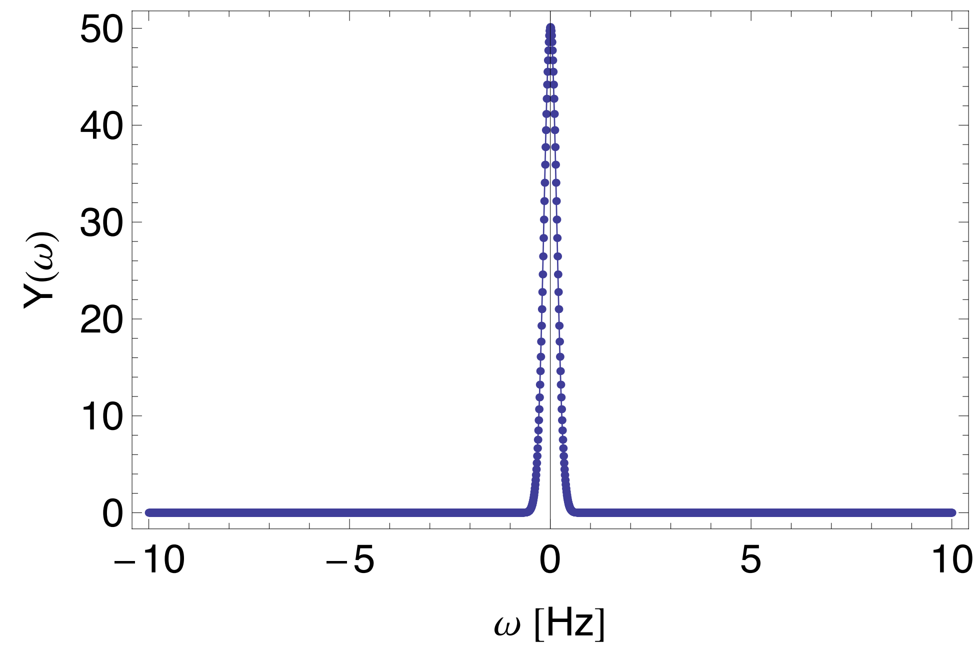
DFT

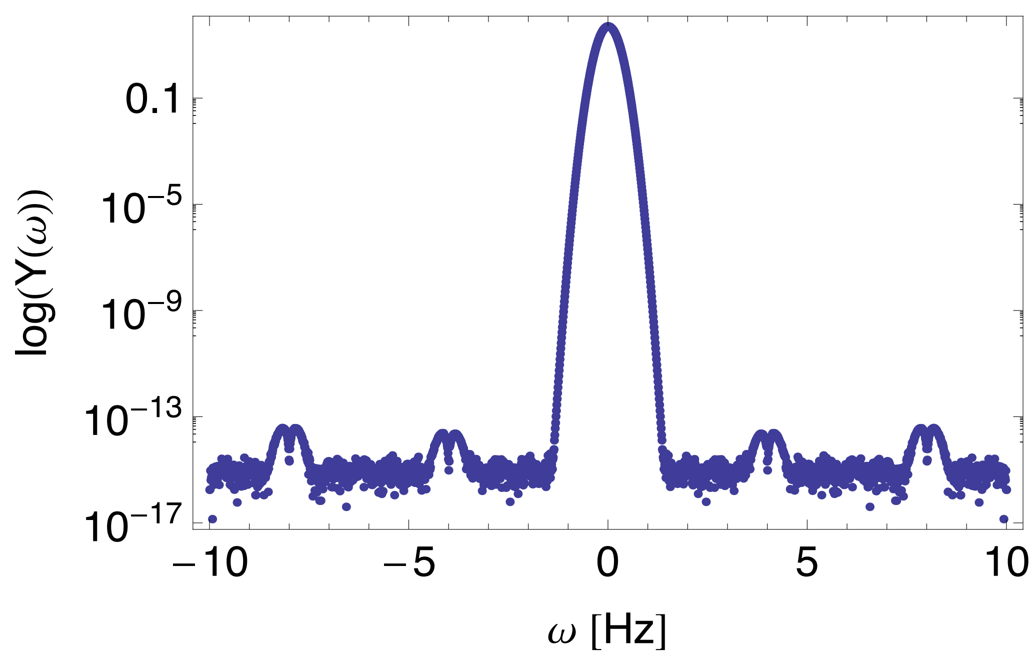
program



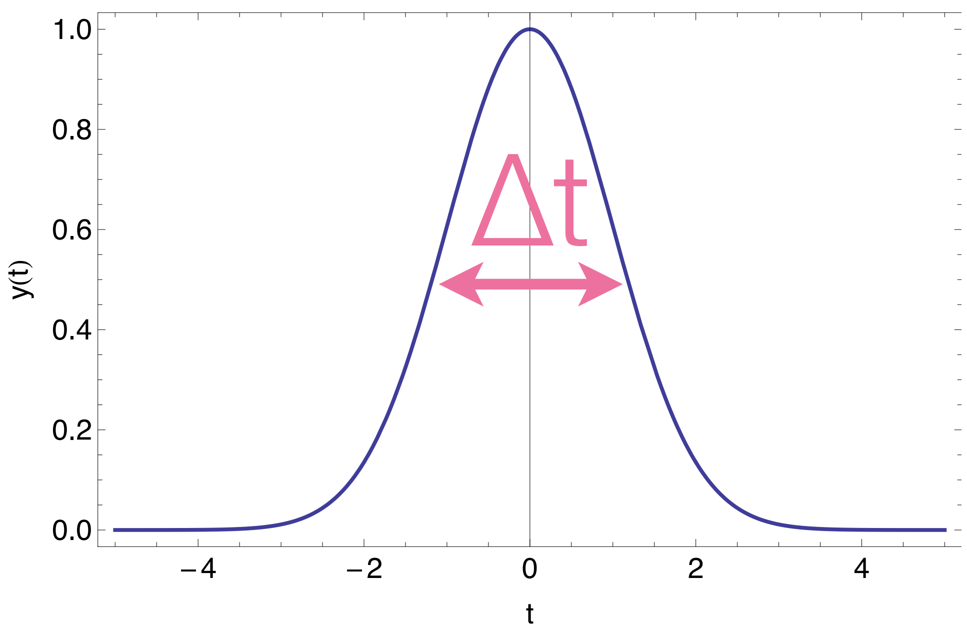
Ábrázoljuk a hullámcsomagok DFT-ját lin és log ploton!

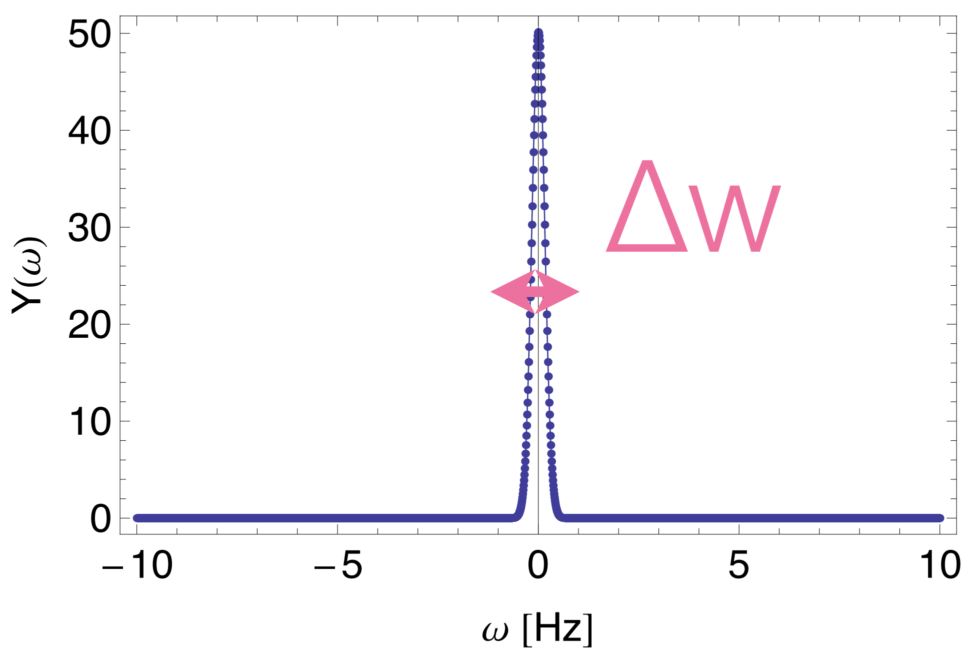


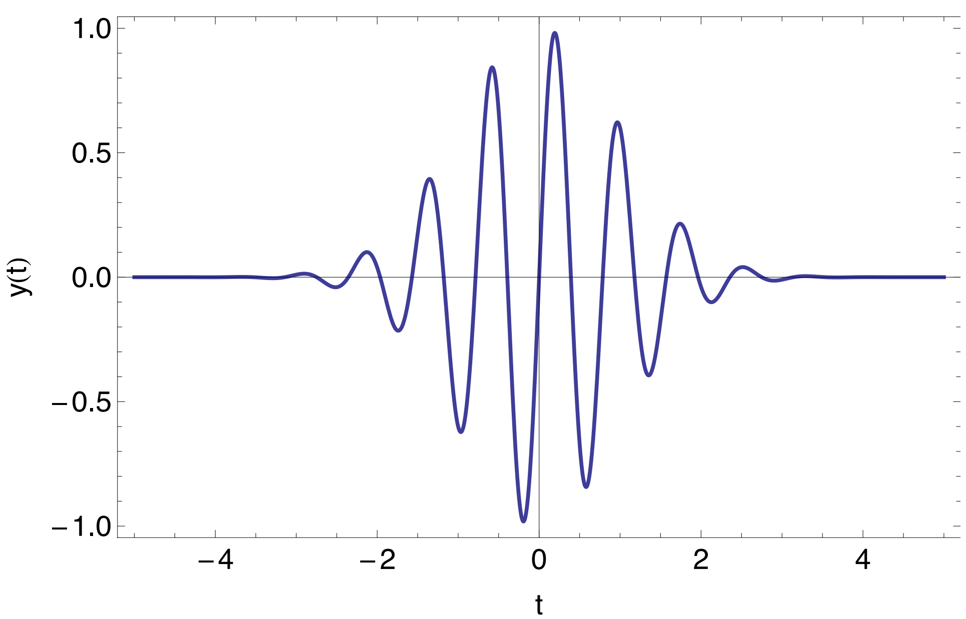


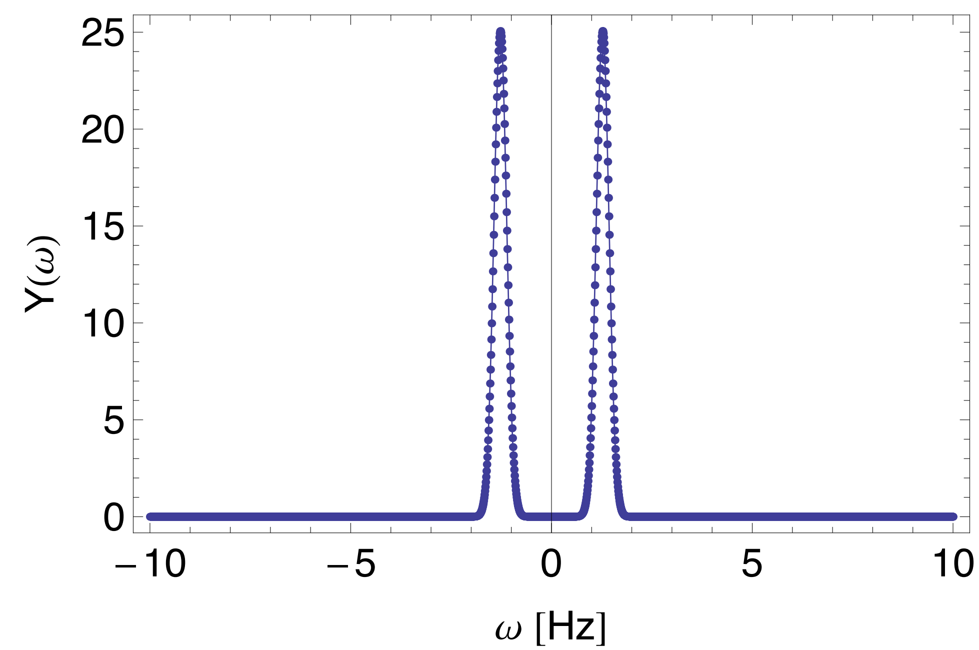


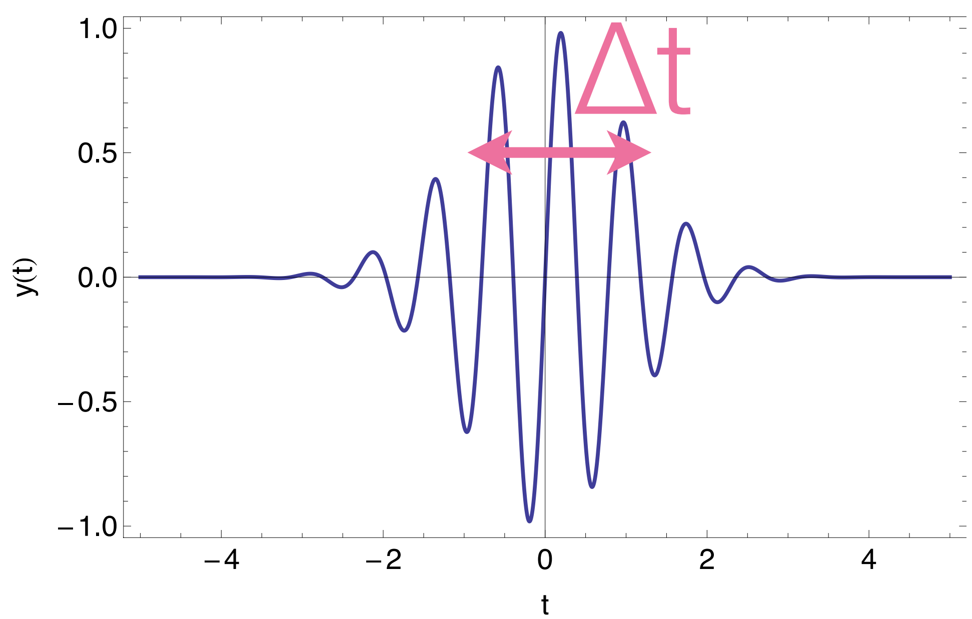
t és w kiterjedtségének mértéke legyen a FWHM!



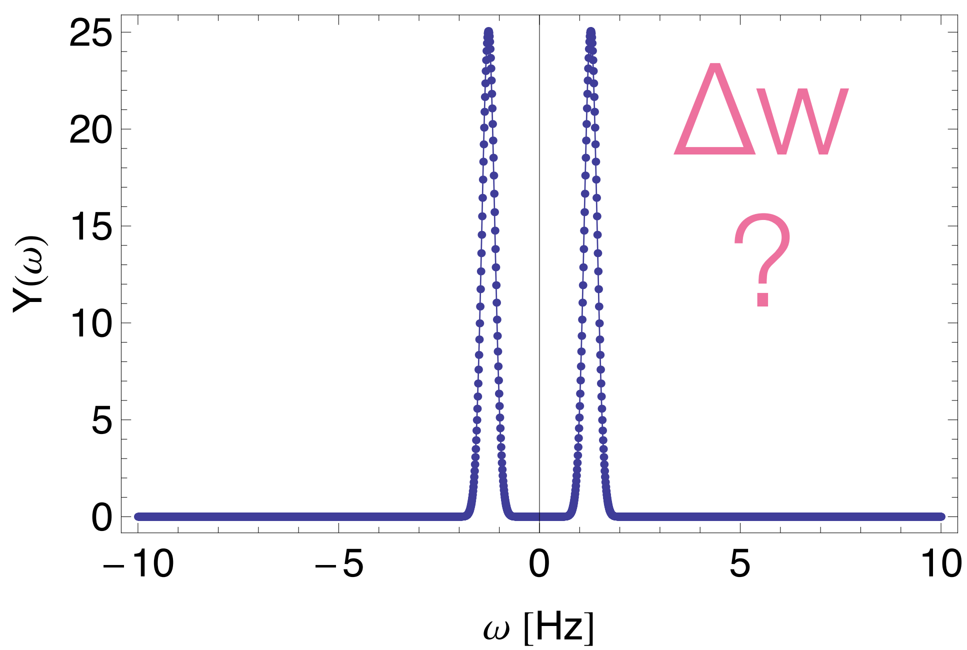



1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
y(t)
−4
−2
0
2
4
t

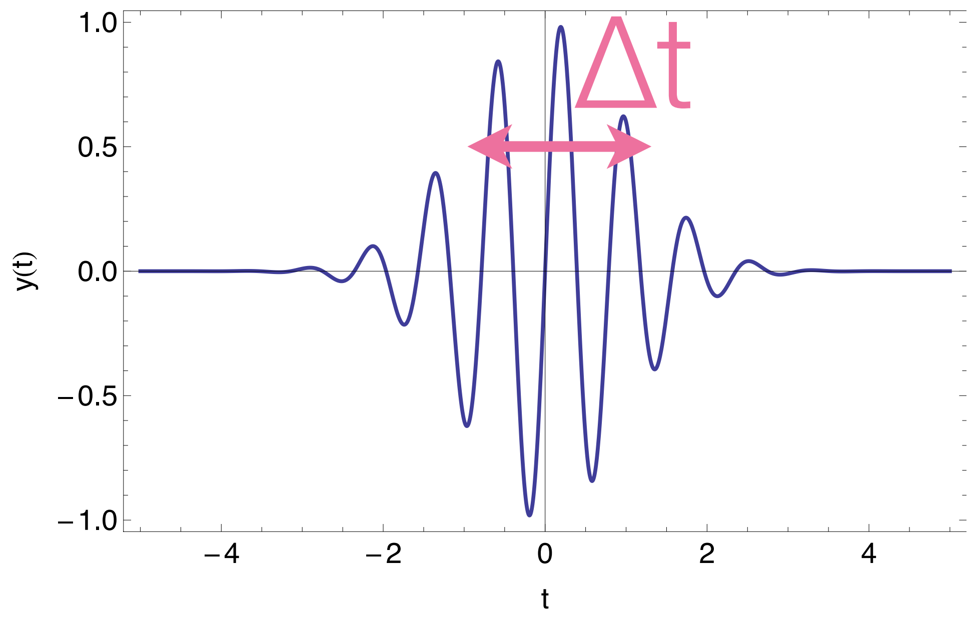

25
20
15
10
5
0
Y(ω)
−10
−5
0
5
10
ω [Hz]



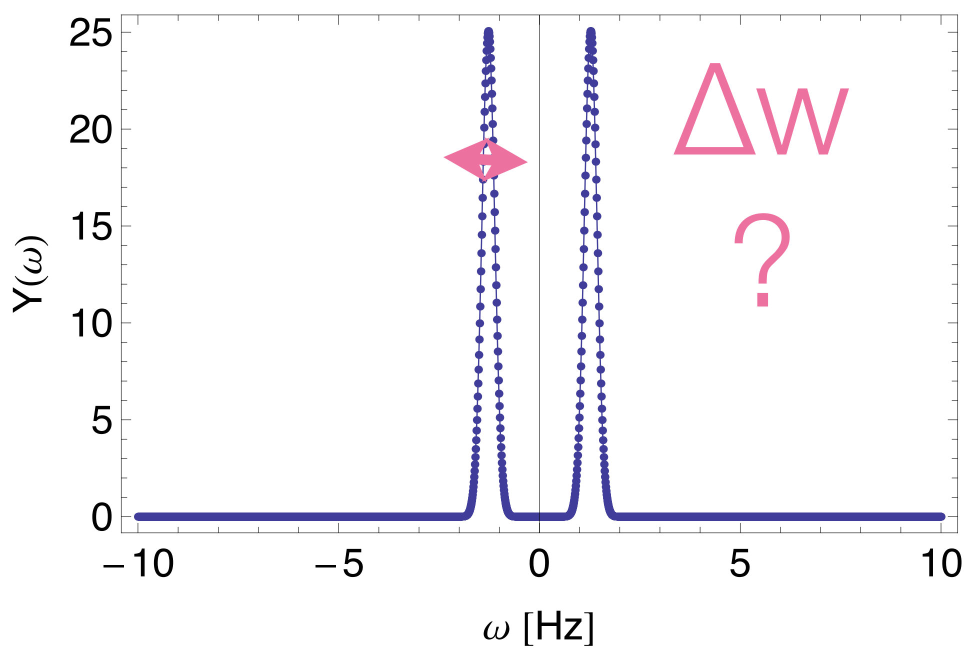
Δt
y(t)
t



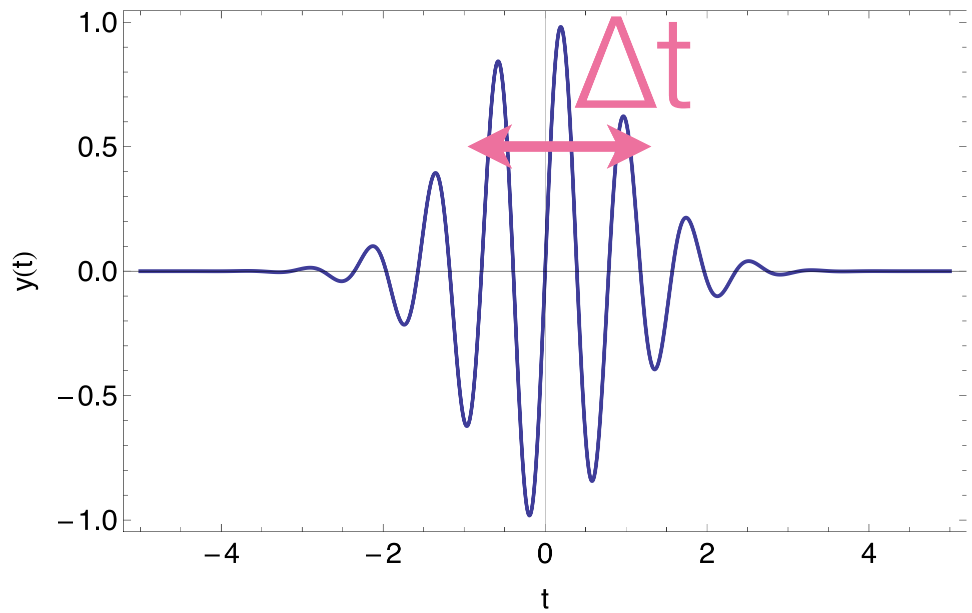
Δw
?
Y(ω)
ω [Hz]



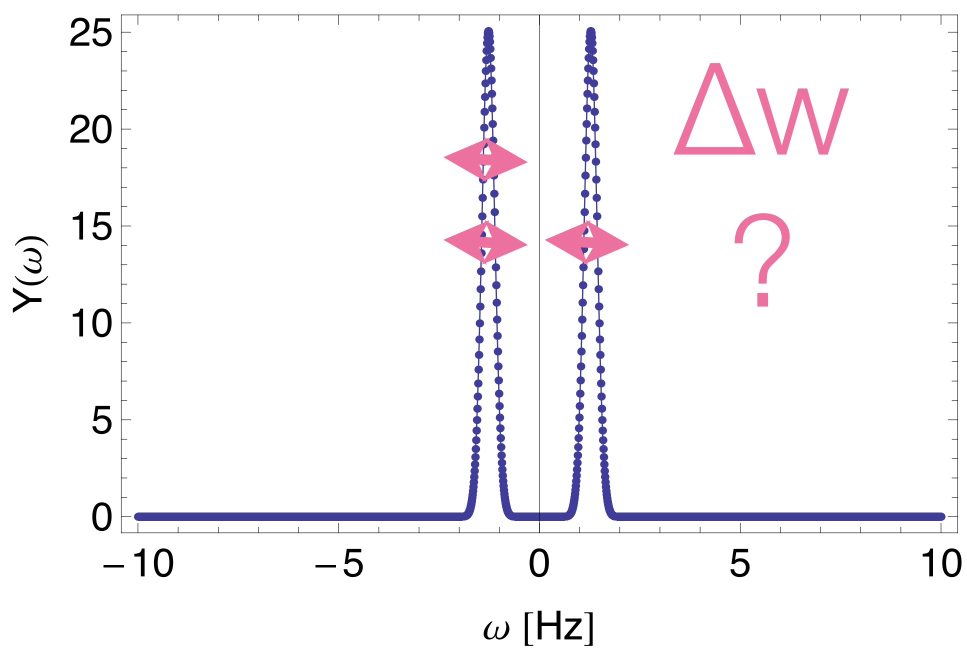
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
y(t)
−4
−2
0
2
4
t
Δt



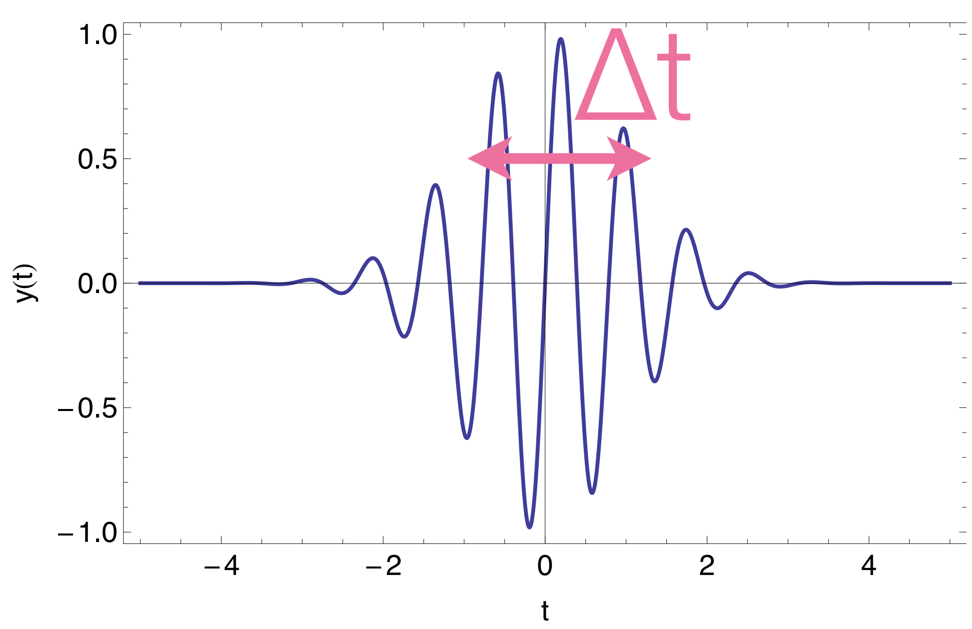
25
20
15
10
5
0
Y(ω)
−10
−5
0
5
10
ω [Hz]
Δw
?

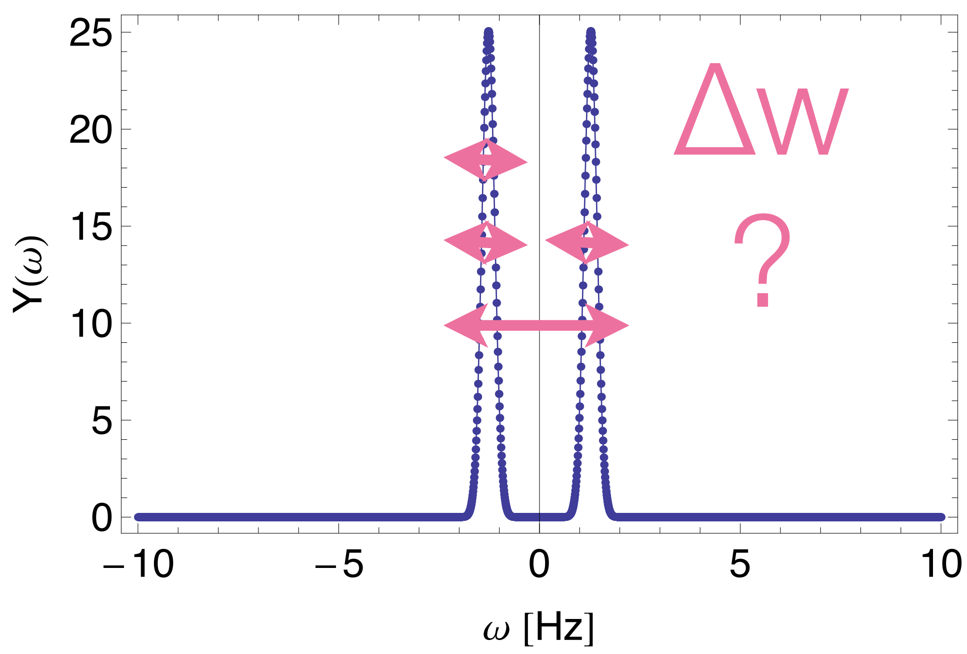


1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
y(t)
−4
−2
0
2
4
t
Δt



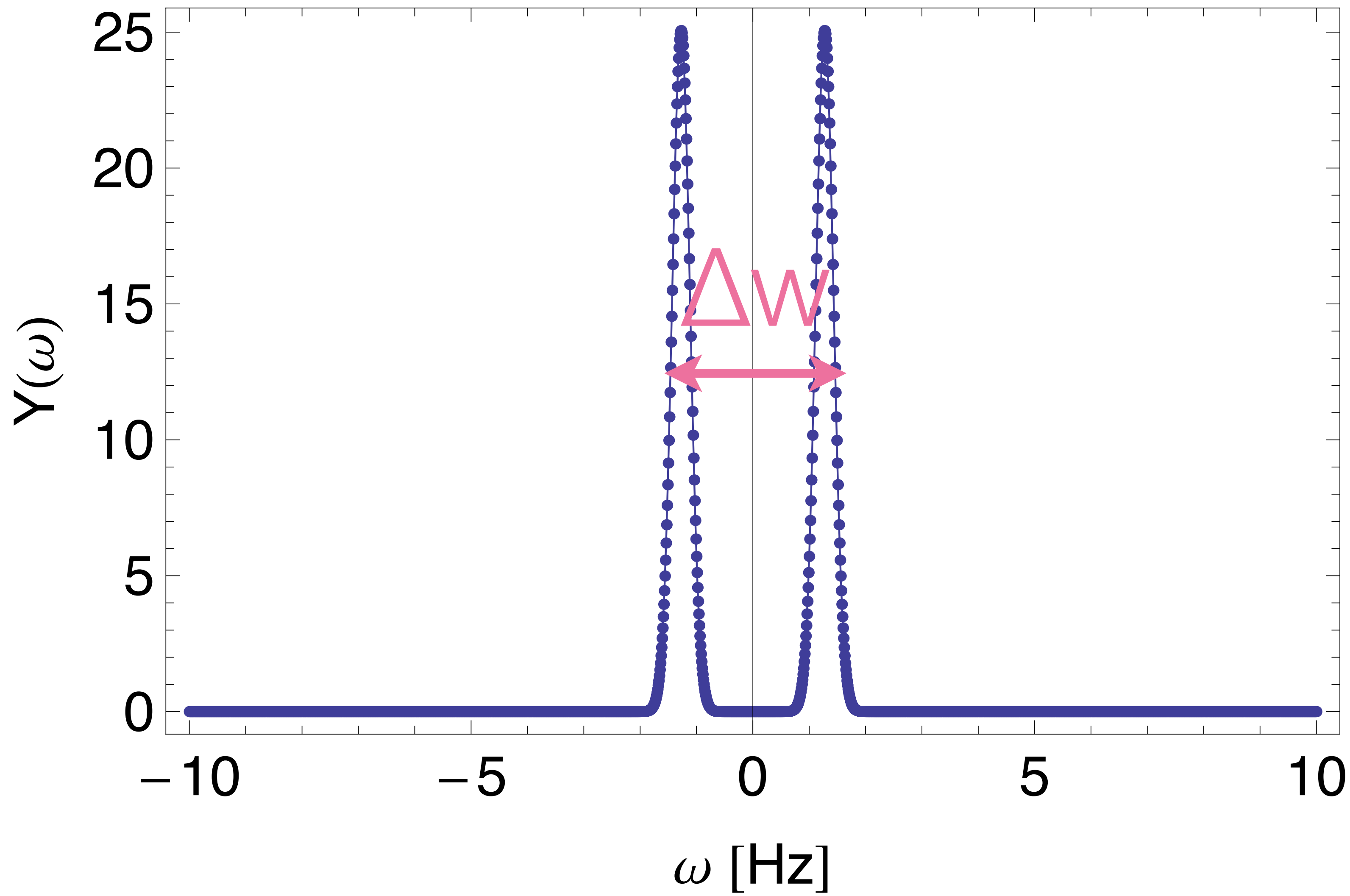
25
20
15
10
5
0
Y(ω)
−10
−5
0
5
10
ω [Hz]
Δw
?


Δt
y(t)
t


Δw
?
Y(ω)
ω [Hz]

A minimális bizonytalansággal rendelkező hullámcsomag legyen a Gauss!

A minimális bizonytalansággal rendelkező hullámcsomag legyen a Gauss!



Határozzuk meg a C konstanst!

$$\Delta t \Delta \omega \geq 2\pi C$$

Határozzuk meg a C konstanst!

$$\Delta t \Delta \omega \geq 2\pi C$$

$$\frac{\Delta t_{gauss} \Delta \omega_{gauss}}{2\pi} \simeq 0.14 \simeq C$$

(ami valamivel nagyobb mint a Pinsky féle 0.04,
de ott más a mérték!)