MSc. Fizika Laboratóriumi Gyakorlatok
I. éves fizikus mesterszakosok számára

F S S	a mérés időpontja: 2012 10 12
	a mérést vezette: Horváth Ákos

A jegyzőkönyv szerzője:

csoport	név	szak	zh-jegy	jegyzőkönyv jegy:
	Nagy Dávid Gergely	Fizika Msc		
		a mérésvezető aláírása:		

A mérést vele együtt végző hallgatók:

csoport:	név: Lökös Sándor	csoport:	név:
csoport:	név: Rudd Balázs		

belépő zárthelyi pontozására egy javaslat (mindenki a sajátját használja):
3,0–3,4p → 2; 3,5 p →2/3; 3,6–4,4 p → 3; 4,5 p →3/4; 4,6–5,4 p → 4; 5,5=4/5; 5,6–6,0p → 5

a mérési feladatok:
1.

2.

3.

4.

A mérésvezető aláírása:	

Jegyzőkönyv készítési szempontok:

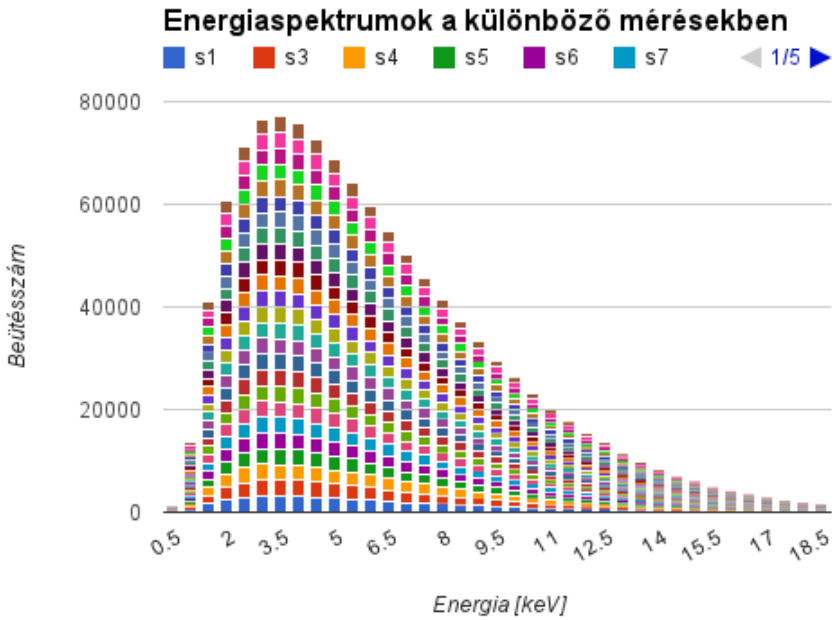
mértékegység, összefüggések indoklása minden számoláshoz szükséges
ami a mérésleírásban van, azt nem kell leírni
a mérés során keletkezett eredeti adatokat (pl. printek) a jegyzőkönyvhöz kell csatolni
a mérési jegyzőkönyv alapján a mérés megismételhető legyen!

A jegyzőkönyv beadásának dátuma:	átvette:

* *A mérés hárombetűs kódja kerül ide. Lehetőségek: FSS, GAM, XRD, RVA, AFM, IRS, ESR, TEM, SEM*

Mérés leírása

Egy szcintilláló folyadékban oldott trícium minta béta spektrumát mértük Tri-Carb 1050 típusú detektorral. 26, egyenként egy perces mérést végeztünk, amely során a mérőprogram 0 és 18.5 keV között, 0.5 keV-os bin mérettel energia - beütésszám hisztogramot készített. Ennek eredménye látható az alábbi áttekintő ábrán.



1. ábra.

1. Hatásfok

A standard mérési hatásfok a detektált események száma aránya az összes megtörtént események számához képest, ahol a megtörtént események számát a minta 1990 jan 15 - i aktivitásából az exponenciális bomlástörvény segítségével becsüljük.

$$A = A_0 E^{\frac{\ln(2)}{T_{\frac{1}{2}}} t} = 72226\text{dpm}$$

Mivel a trícium felezési ideje 12.3 év, $A_0 = 260300$dpm és a mérés dátuma 2012 okt. 12 volt, így a hatásfok a B csatornában

$$\eta = \frac{\overline{A_{\text{detektált}}}}{A_{\text{valódi}}} = \frac{43926\text{dpm}}{72226\text{dpm}} = 60.8\%$$

2. Energiaeloszlások átlagai

$$\overline{E_j} = \frac{\sum_{i=1}^{37} E_i {s^{(j)}}_i}{\sum_{i=1}^{37} {s^{(j)}}_i}$$

ahol j a méréseket (j = 1, 2, ... 26), i pedig a csatornákat indexeli. E_i az adatfileban szereplő E oszlop - 0.25, mivel a csatornák közepével kell számolni a felső határuk helyett.

2. ábra. Az utolsó oszlop a Fermi aranyszabály segítségével számolt elméleti érték nagyságát mutatja.

A Fermi aranyszabály alapján az átlagos energia a maximális energia harmada :

$$\overline{E_{\text{elméleti}}} = \mu = \frac{E_{\beta\,\max}}{3}$$

Ha úgy tekintjük hogy a méréseink μ körüli $\sigma_{\text{empirikus}}$szórású normál eloszlásból mintavételeznek, akkor

$$\hat{\mu}_n = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\overline{E_j}$$

mennyiség μ-nek, n mérésből képzett estimator - ának tekinthető. Ilyenkor azt is tudjuk (a centrális határeloszlás tételéből), hogy a $\hat{\mu}_n$-ek normál eloszlással szórnak μ körül, ahol

$$\text{stdev}\,(\hat{\mu_n}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sigma_n$$

Itt a kérdés kicsit átfogalmazva (a levelezésünkre hivatkozva) a következő : hogyha feltesszük hogy az elméleti érték $\left(\frac{E_{\beta\,\max}}{3}\right)$a valódi, (tehát a Fermi elmélet helyes), akkor mekkora valószínűséggel kapunk ilyen távoli adatokat mint amit mértünk, azaz

$$P\left(\hat{\mu}_n \simeq \hat{\mu}_{26,\text{mért}}|\,\mu = \frac{E_{\beta\,\max}}{3}\right) = ?$$

Ez kb annak a hipotézisnek a konfidenciaszintjét adja meg, hogy az elmélet szerinti eloszlás generálhatta az adatsorunkat.

$$P\left(\hat{\mu}_n \simeq \hat{\mu}_{26,\text{mért}}|\,\mu = \frac{E_{\beta\,\max}}{3}\right) = 1 - P\left(\mu - c\sigma_{26} < X < \mu + c\sigma_{26}\right) = 1 - \text{erf}\left(\frac{c}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\sigma \simeq \sigma_{\text{empirikus}} = 0.01796$$

Ez indokolható azzal, hogy a szórás döntően a mérőberendezés hibájából származik, amelyet nagyságrendileg jól becsül az empirikus szórás.

$$\sigma_{26} = \frac{\sigma}{\sqrt{26}} = \frac{0.01796}{\sqrt{26}} = 0.0035223$$

$$c = \frac{|\mu - \hat{\mu}_{26}|}{\sigma_{26}} = \frac{6.1967 - 5.8626}{0.0035223} = 94.9$$

$$P = 1 - \text{erf}\left(\frac{94.9}{\sqrt{2}}\right) \simeq 10^{-1962}$$

ami szerint ha az õsrobbanás óta minden percben végeznénk mérést (kb $7 \cdot 10^{15}$ perc), akkor is biztos, hogy nem kapnánk ilyen rossz adatokat egyszer sem. Tehát nagy biztonsággal elvethetjük azt a hipotézist, hogy az energia-eloszlás átlaga $\frac{E_{\beta\,\max}}{3}$ lenne. Ennek oka feltehetőleg a számolásban alkalmazott közelítésekben kereshető, mint például hogy az atommagból kilépő elektron hullámfüggvénye síkhullám, amit nem torzít el az atommag tere, a kilépő neutrínó tömege 0, illetve a számolás nemrelativisztikus.

(Megjegyzem, hogy ha $\hat{\mu}_1$-el számolnánk akkor c = 18.59 keV lenne, amihez $P \simeq 10^{-77}$ tartozna, ez annak a kérdésnek felelne meg, hogy ha a mért adatok alapján becsült folyamatot feltételezzük valódinak, akkor mennyi a valószínűsége hogy az elméleti adatot vagy annál távolabbit generáljon véletlenszerűen)

3. Beütésszámok átlaga és szórása közötti kapcsolat

Azt várjuk, hogy a beütésszámok Poisson eloszlású valószínűségi változók, tehát

$$N_i \sim \text{Poisson}\left(\lambda_i\right)$$

ahol lambdai az átlagos beütésszám az i - ik csatornában. A beütésszám átlagokat kell összehasonlítanom a szórás átlagokkal, ahol a szórás alatt a beütésszámok empirikus szórását értem. Azt várjuk hogy ez gyökös függvény lesz, mivel Poisson eloszlásnál

$$e\left(N_i\right) = \lambda_i$$

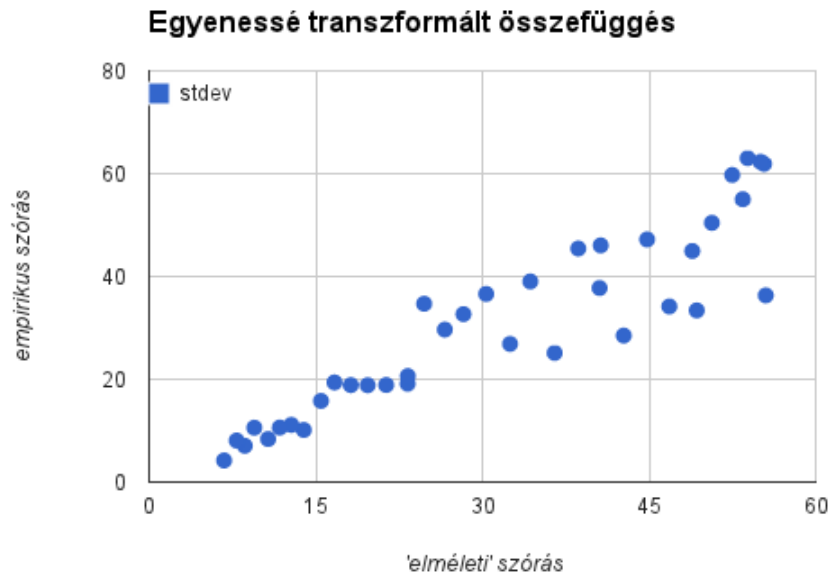
$$\sigma\left(N_i\right) = \sqrt{\lambda_i}$$

Az összehasonlítást egyenessé transzformáció segítségével kell végeznem, tehát a beütésszámok helyett ezeknek gyökét nézem. $x_{i,j}$ az i - ik energián mért j - ik beütésszám. Az ' elméleti' szórás így

$$\sqrt{\overline{x_i}}$$

míg az empirikus

$$\text{stdev}\left(x_i\right)$$



3. ábra. A beütésszámok szórása a beütésszámok átlagainak gyökei függvényében.

Az egyenesillesztés alapján R = 0.976 , tehát elég jól teljesül az egyezés, de fontos megjegyezni, hogy az ' elméleti' szórás itt nem a valódi folyamat szórása, hanem transzformált empirikus átlag, ami csak egy közelítés.

4. Szórás szórása

Itt a J. Beringer et al, Particle Physics Handbook 36.1.1 fejezete szerint jártam el, azzal a különbséggel hogy a valódi szórást nem tudjuk, így a következő közelítést alkalmazzuk

$$\sqrt{\bar{N}_i} = \sigma_i$$

amelynek estimatora

$$\text{stdev}\,(N_i) = \hat{\sigma}_i{}^{(n)}$$

ahol n a minták száma, amelyeknek a szórásaként az estimatort kaptuk. A szórás szórása (Particle Physics Handbook (36.6) képlet)

$$\text{stdev}\left(\hat{\sigma}_i{}^{(n)}\right) = \frac{\sigma_i}{\sqrt{2n}}$$

ha sok ilyen n mintából álló méréscsomagot végzünk, akkor a $\hat{\sigma}$-ok szórását kaphatjuk a valódi sigma körül. Viszont nálunk nem ez a helyzet, hanem egy darab, 26 - ös elemszámú csomagból becsült $\hat{\sigma}_i{}^{(26)}$-unk van. Ilyen ugyan van több csatornára, de ezek nem összehasonlíthatóak, mivel különböző paraméterű eloszlásokból származnak. Ezért új valószínűségi változóra térünk át, amelynél (közelítőleg) kitranszformáljuk a paraméterektől való függést, hogy összehasonlíthatóvá váljanak a különböző i - khez tartozó mérések.

$$Y_{i=}\frac{\hat{\sigma}_i{}^{(26)} - \sigma_i}{\sigma_i}$$

Y szórása (ami tehát a relatív szórások szórása) stdev (Y) = 0.1056, így már összevethető $\frac{1}{\sqrt{2n}} = \frac{1}{\sqrt{52}} = 0.1387$-vel.

Hivatkozások

Mért adatok, számolás. https://docs.google.com/spreadsheet/ccc?key=0Ahsl9BZdsqydEE2U25Uc0IwVjdZTGVySDVicTU1RWc

J. Beringer et al, Particle Physics Handbook. http://pdg.lbl.gov/2012/reviews/rpp2012-rev-statistics.pdf