2011. okt .13 gyakorlat

pdfLaTeX - el fordítható

Periodikus potenciál

$$V(x+a) = V(x)$$

kép1

$$\Psi(x+a) \sim \Psi(x)$$

$$\Psi(x+a) = \mathrm{c}\Psi(x) = e^{\mathrm{iKa}}\Psi(x)$$

Ez a Bloch - tétel

$$\Psi(x+2a) = \mathrm{c}\Psi(x+a) = c^2\Psi(x)$$

transzfermátrix formalizmusban?

$$\begin{pmatrix} A' \\ B' \end{pmatrix} = \hat{T} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$$

ami egy sajátérték egyenlet, innen c - re

$$c^2 - \mathrm{sp}\left(\hat{T}\right) c + \det\left(\hat{T}\right) = 0$$

tudjuk hogy

$$\det\left(\hat{T}\right) = \frac{k_1}{k_2} = 1$$

így

$$c - \mathrm{sp}\left(\hat{T}\right) + \frac{1}{2} = 0$$

ha beírjuk a fázisszerű alakját

$$c + \frac{1}{2} = e^{\mathrm{iKa}} + e^{-\mathrm{iKa}} - \cos(\mathrm{Ka})$$

$$\cos(\mathrm{Ka}) = \frac{\mathrm{sp}(T)}{2} = f(k)$$

ez a feltétele annak hogy tényleg periodikus legyen a megoldás
képek
sávos energiaszerkezet

Dirac - formalizmus

$$\Psi(x) \in \mathbb{C}$$

lineáris tér $\mathbb{C}$ felett + skaláris szorzás :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(x)\Psi(x)dx \in \mathbb{C}$$

$\mathcal{H}$ Hilbert tér + $<,>$ skalárszorzat

skalárszorzat tulajdonságai

$$< \Psi|\alpha\Phi >= \alpha < \Psi|\Phi >$$

$$< \beta\Psi|\Phi >= \beta < \Psi|\Phi >$$

$$< \Psi\,|(|\Phi_1 > +|\,\Phi_2 >)> \,=< \Psi\,|\Phi_1 > + < \Psi|\,\Phi_2 >$$

Duális tér

$$\phi \in V_{\mathbb{C}}{}^{*}\mathrm{ha}\phi : V_{\mathbb{C}} \to \mathbb{C}$$

Riesz - Fischer - tétel :

Hilbert - tér szeparábilis (megszámlálhatóak a bázisok)
izomorfia a duális és a saját tér között

$$(\text{állóvektor} :< \psi|)\mathcal{H} \equiv \mathcal{H}^*(\text{fekvővektor} : |\phi >)$$

adjungálás

$$\dagger : \mathcal{H} \to \mathcal{H}^*$$

$$|\phi >= \alpha|u > +\beta|v >$$

$$< \psi| = \alpha^* < u\,| + \beta^* < v|$$

$$\hat{A} = \mathcal{H} \to \mathcal{H}$$

$$\hat{A}^\dagger = \mathcal{H}^* \to \mathcal{H}^*$$

$$< \psi\,|\mathrm{A}\phi >= < A^* \psi|\,\phi >$$

$$\forall |\psi >$$

$$\forall |\phi >$$

Ha

$$A = A^\dagger$$

akkor az operátor önadjungált, hermitikus
Ha

$$A^\dagger = A^{-1}$$

akkor az operátor unitér

unitér operátorokra

$$|a' >= U|a >$$

$$|b' >= U|b >$$

$$< b'|a' \geq < b'|U^\dagger U|a \geq < b|a >$$

normálás

$$< \psi|\psi >= 1$$

bázisok

diszkrét bázis

a bázisvektorok indexelhetőek természetes számokkal

$$|m >$$

$$m \in \mathbb{N}$$

$$< n|m >= \delta_{\mathrm{nm}}$$

$$|\psi >= \sum_{n=0}^{\infty} c_n \Big| n >$$

$$< m \Big| \psi >= \sum_{n=0}^{\infty} c_n < m \Big| n >= c_m$$

$$|\psi >= \sum_{n=0}^{\infty} < n|\psi > |n >= \sum_{n=0}^{\infty} |n >< n|\psi >$$

ahol

$$|n >< n|$$

operátor

$$\sum_{n=0}^{\infty} |n >< n| = I$$

telejes ortonormált rendszer